

## Fuzzy Logic (Lógica Difusa)

**Lógica para Ciencias de la Computación**

Primer Cuatrimestre de 2008

– Material Adicional –

### Motivación

- La lógica difusa es una de las ramas de la matemática.
- Permite que las computadoras puedan modelar el mundo de una manera similar a la adoptada por las personas.
- Provee un mecanismo simple para razonar con información vaga, ambigua o imprecisa.

### Ventajas

- La lógica clásica no admite espacios grises entre lo “verdadero” y lo “no verdadero”, también conocido como “falso”.
- Muchos de los conceptos que manipulamos a diario no encajan en esa categoría:
  - ¿Hace frío?
  - ¿Es pesado eso?
  - ¿Sigo siendo joven?

### Difuso vs. Preciso

- La lógica difusa permite definir conceptos incluso aún cuando no estén formulados de forma precisa.
- Para poder abordar esta lógica es necesario entender la relación existente entre la lógica clásica y los conjuntos convencionales.
- Este punto de contacto lo provee el álgebra asociada a la lógica en cuestión.

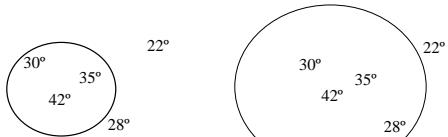
### Relación entre la Lógica y los Conjuntos

- Sea  $p(X)$  el predicado “ $X$  es par”, y sea  $q(X)$  el predicado “ $X$  es menor a 10”.
  - $P$  denota al conjunto  $\{0, 2, 4, \dots\}$
  - $Q$  denota al conjunto  $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$
  - $\neg P$  denota al conjunto  $\{1, 3, 5, \dots\}$
  - $P \wedge Q$  denota al conjunto  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
  - $P \vee Q$  denota al conjunto  $\{0, \dots, 9, 10, 12, \dots\}$

### Función de Pertenencia

- Hemos visto que todo conjunto tiene asociado una función de pertenencia.
- La idea es que a partir de un cierto elemento se pueda determinar si éste pertenece o no al conjunto en cuestión.
- La teoría de la lógica difusa se basa en el concepto de *conjunto difuso*, lo que conlleva al concepto de función de *pertenencia parcial* (*también difusa o gradual*).

## ¿Con Cuanta Temperatura Hace Mucho Calor?



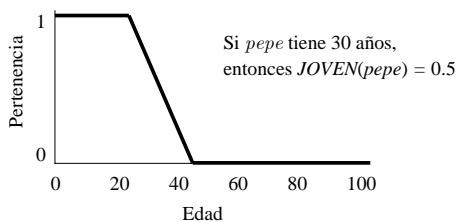
- Bajo el acercamiento tradicional,  $30^\circ$  se considera caluroso, pero  $28^\circ$  no.
- En cambio, bajo el acercamiento difuso, tanto  $28^\circ$  como  $30^\circ$  se ubican en la frontera del conjunto difuso.

## Función de Pertenencia Parcial (o Gradual)

- ¿Qué tan joven es pepe?
  - si pepe tiene 1 año,  $JOVEN(pepe) = 1.0$ . y se lee “pepe  $\in$  JOVEN con grado 1.0” o “el grado de pertenencia de pepe a JOVEN es 1.0”
  - si pepe tiene 25 años,  $JOVEN(pepe) = 0.8$ .
  - si pepe tiene 35 años,  $JOVEN(pepe) = 0.2$ .
  - si pepe tiene 50 años,  $JOVEN(pepe) = 0.00$ .
- El grado de pertenencia de un elemento a un conjunto difuso se representa a través de un número en el intervalo real  $[0, 1]$ .

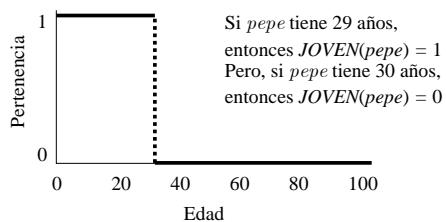
## Función de Pertenencia Parcial

- ¿Qué tan joven es pepe?



## Contraste con las Funciones de Pertenencia Usuales

- ¿Qué tan joven es pepe?



## Funciones de Pertenencia Parciales vs. Probabilidades

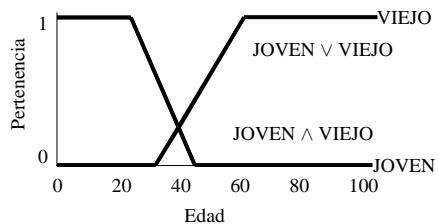
- No deben confundirse las funciones de pertenencia parcial con las distribuciones de probabilidades, más allá de las aparentes similitudes.
- **Regla Práctica:** las probabilidades hablan de eventos que aún no han sucedido, mientras que la pertenencia o no a un conjunto es un evento del pasado.

## Lógica Difusa

- La lógica difusa se construye en torno a las funciones de pertenencia parcial.
- Estas funciones se estructuran en objetos de mayor complejidad mediante los conectivos lógicos usuales:
- Sean A y B funciones de pertenencia parcial. Para todo X, Y:
  - $A(X) \wedge B(Y) =_{def} \min(A(X), B(Y))$ .
  - $A(X) \vee B(Y) =_{def} \max(A(X), B(Y))$ .
  - $\neg A(X) =_{def} 1.0 - A(X)$ .

## Lógica Difusa

- Volviendo al ejemplo anterior:



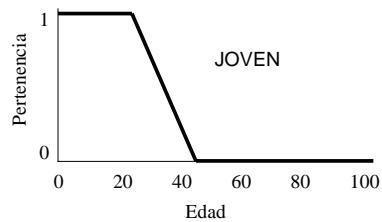
## Defuzzificación

- En ocasiones, resulta útil poder convertir un concepto definido a través de operadores difusos a un valor nítido (es decir, lo contrario a difuso).
- Diversos mecanismos han sido propuestos para poder encontrar ese valor en concreto, el cual representa fielmente a la totalidad del concepto difuso.

## Mecanismos de Defuzzificación

- Aún no existe un estándar universalmente aceptado.
- Una posibilidad consiste en elegir como representante a aquel elemento del conjunto difuso que presente el mayor grado de pertenencia. Si hay más de uno, selecciono cualquiera.

## Defuzzificación: Ejemplo



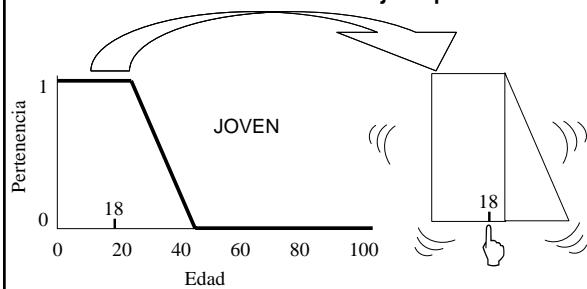
Criterio de selección del Representante: elem. con mayor grado de pertenencia.

10 años, por ejemplo

## Mecanismos de Defuzzificación

- Otra posibilidad consiste en encontrar el centro de gravedad de la figura dibujada por el concepto difuso.

## Defuzzificación: Ejemplo



Criterio de selección del Representante: centro de gravedad.

18 años

## Mecanismos de Defuzzificación

- Otra posibilidad consiste en encontrar el centro de gravedad de la figura dibujada por el concepto difuso.
- O bien, calcular el promedio pesado entre todos los miembros del concepto difuso:
  - Representante de “joven”: 16 años.

## Modificadores Difusos

- Una vez caracterizado un cierto concepto difuso (e.g., alto, caliente, elegante, etc.), se pueden crear infinitas variantes apelando a los modificadores difusos.
  - Si  $A(X) = c$ , “muy  $A$ ”( $X$ ) =  $c^2$
  - Si  $A(X) = c$ , “muy muy  $A$ ”( $X$ ) =  $(c^2)^2 = c^4$
  - Si  $A(X) = c$ , “apenas  $A$ ”( $X$ ) =  $c^{1/2}$

## Modificadores Difusos

- Si *pepe* tiene 25 años:
  - $JOVEN(pepe) = 0.80$
  - *muy JOVEN(pepe)* =  $0.80^2 = 0.64$
  - *muy muy JOVEN(pepe)* =  $0.80^4 = 0.41$
  - *apenas JOVEN(pepe)* =  $0.80^{1/2} = 0.89$
- Si *pepe* tiene 35 años:
  - $JOVEN(pepe) = 0.20$
  - *muy JOVEN(pepe)* =  $0.20^2 = 0.04$
  - *muy muy JOVEN(pepe)* = 0.00
  - *apenas JOVEN(pepe)* =  $0.20^{1/2} = 0.44$

## Categorías de Modificadores Difusos

- Los modificadores difusos se clasifican en tres grandes categorías:
  - Los dilatadores, que diluyen el efecto del concepto difuso (e.g., un tanto, apenas, etc.)
  - Los concentradores, que enfatizan el efecto del concepto difuso (e.g., muy, requete, etc.)
  - Los contrastadores, que cambian el nivel de incertidumbre del concepto difuso (e.g., tal vez).

## Aplicaciones

- Controladores difusos:
  - Microondas.
  - Tostadoras.
  - Lavarropas.
- Representación de conocimiento difuso.
- Área activamente bajo de desarrollo, tanto teórico como práctico.