

# Fuzzy Logic (Lógica Difusa)

*Lógica para Ciencias de la Computación*

*Primer Cuatrimestre de 2008*

– Material Adicional –

# Motivación

- La **lógica difusa** es una de las ramas de la matemática.
- Permite que las computadoras puedan modelar el mundo de una manera similar a la adoptada por las personas.
- Provee un mecanismo simple para razonar con información **vaga, ambigua** o **imprecisa**.

# Ventajas

- La lógica clásica no admite espacios grises entre lo “**verdadero**” y lo “**no verdadero**”, también conocido como “**falso**”.
- Muchos de los conceptos que manipulamos a diario no encajan en esa categoría:
  - ➡ ¿Hace **frío**?
  - ➡ ¿Es **pesado** eso?
  - ➡ ¿Sigo siendo **joven**?

# Difuso vs. Preciso

- La lógica difusa permite definir conceptos incluso aún cuando no estén formulados de forma precisa.
- Para poder abordar esta lógica es necesario entender la relación existente entre la **lógica clásica** y los **conjuntos convencionales**.
- Este punto de contacto lo provee el álgebra asociada a la lógica en cuestión.

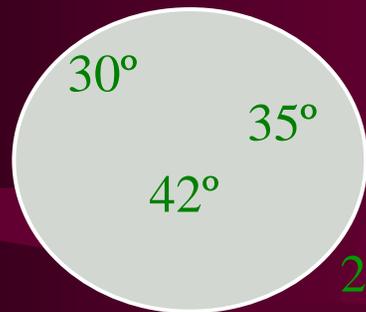
# Relación entre la Lógica y los Conjuntos

- Sea  $p(X)$  el predicado “ $X$  es par”, y sea  $q(X)$  el predicado “ $X$  es menor a 10”.
- ➔  $P$  denota al conjunto  $\{0, 2, 4, \dots\}$
- ➔  $Q$  denota al conjunto  $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$
- ➔  $\neg P$  denota al conjunto  $\{1, 3, 5, \dots\}$
- ➔  $P \wedge Q$  denota al conjunto  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
- ➔  $P \vee Q$  denota al conjunto  $\{0, \dots, 9, 10, 12, \dots\}$

# Función de Pertenencia

- Hemos visto que todo conjunto tiene asociado una **función de pertenencia**.
- La idea es que a partir de un cierto elemento se pueda determinar si éste pertenece o no al conjunto en cuestión.
- La teoría de la lógica difusa se basa en el concepto de **conjunto difuso**, lo que conlleva al concepto de función de **pertenencia parcial** (*también difusa o gradual*).

# ¿Con Cuanta Temperatura Hace Mucho Calor?



- Bajo el acercamiento tradicional, 30° se considera caluroso, pero 28° no.
- En cambio, bajo el acercamiento difuso, tanto 28° como 30° se ubican en la frontera del conjunto difuso.

# Función de Pertenencia Parcial (o Gradual)

¿Qué tan joven es pepe?

➔ si *pepe* tiene 1 año,  $JOVEN(pepe) = 1.0$ .

y se lee “*pepe*  $\in$  *JOVEN* con grado 1.0” o “el grado de pertenencia de *pepe* a *JOVEN* es 1.0”

➔ si *pepe* tiene 25 años,  $JOVEN(pepe) = 0.8$ .

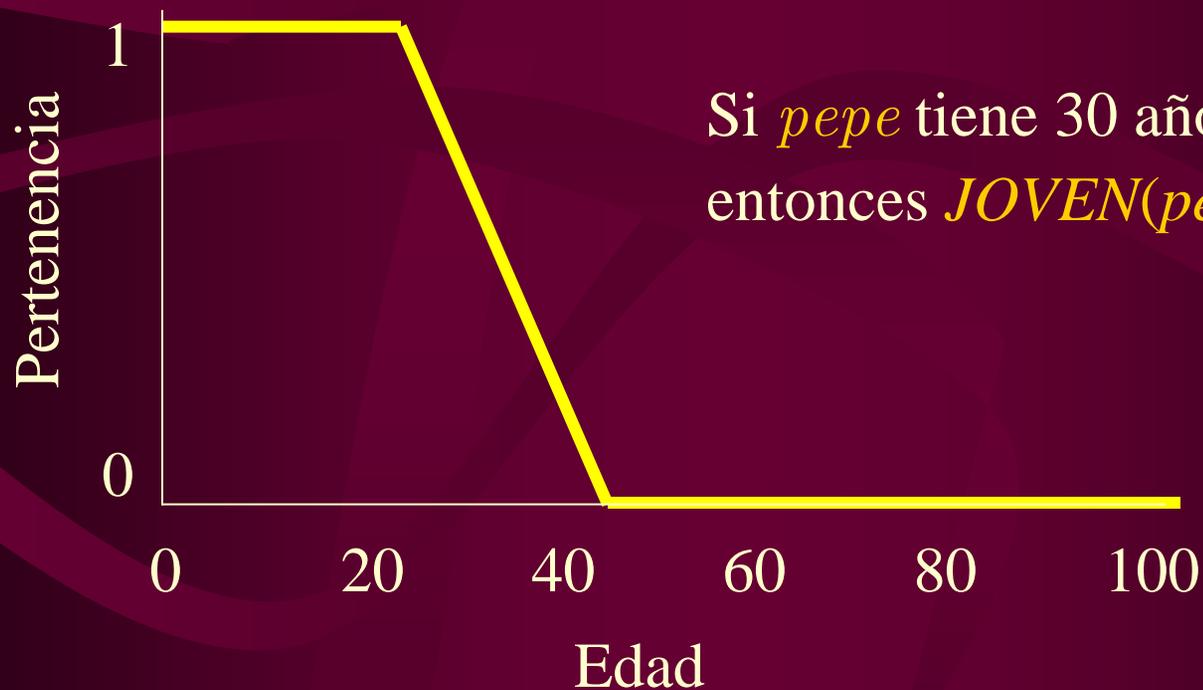
➔ si *pepe* tiene 35 años,  $JOVEN(pepe) = 0.2$ .

➔ si *pepe* tiene 50 años,  $JOVEN(pepe) = 0.00$ .

El grado de pertenencia de un elemento a un conjunto difuso se representa a través de un número en el intervalo real  $[0, 1]$ .

# Función de Pertenencia Parcial

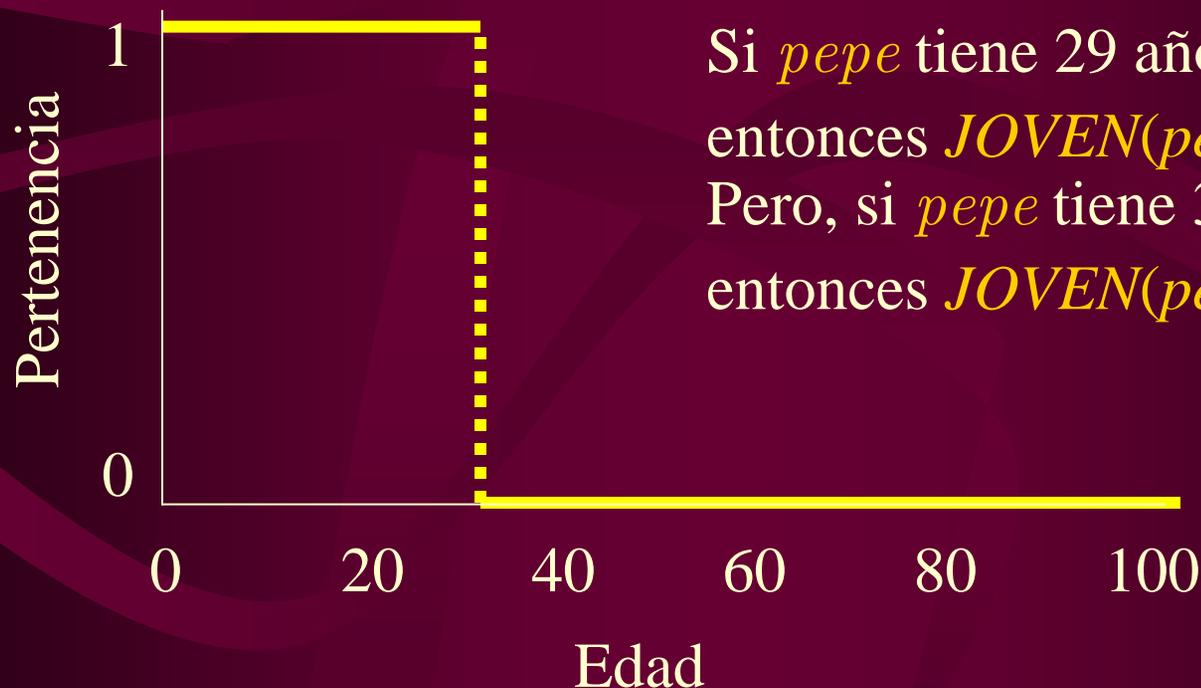
• ¿Qué tan joven es pepe?



Si *pepe* tiene 30 años,  
entonces  $JOVEN(pepe) = 0.5$

# Contraste con las Funciones de Pertenencia Usuales

• ¿Qué tan joven es pepe?



Si *pepe* tiene 29 años,  
entonces  $JOVEN(pepe) = 1$   
Pero, si *pepe* tiene 30 años,  
entonces  $JOVEN(pepe) = 0$

# Funciones de Pertenencia Parciales vs. Probabilidades

- ❗ No deben confundirse las funciones de pertenencia parcial con las distribuciones de probabilidades, más allá de las aparentes similitudes.
- ❗ Regla Práctica: las probabilidades hablan de eventos que aún no han sucedido, mientras que la pertenencia o no a un conjunto es un evento del pasado.

# Lógica Difusa

- La lógica difusa se construye en torno a las funciones de pertenencia parcial.
- Estas funciones se estructuran en objetos de mayor complejidad mediante los conectivos lógicos usuales:
- Sean **A** y **B** funciones de pertenencia parcial.  
Para todo  $X, Y$ :
  - ➔  $A(X) \wedge B(Y) =_{def} \text{mín}(A(X), B(Y))$ .
  - ➔  $A(X) \vee B(Y) =_{def} \text{máx}(A(X), B(Y))$ .
  - ➔  $\neg A(X) =_{def} 1.0 - A(X)$ .

# Lógica Difusa

- Volviendo al ejemplo anterior:



# Defuzzificación

- ❖ En ocasiones, resulta útil poder convertir un concepto definido a través de operadores difusos a **un valor nítido** (es decir, lo contrario a difuso).
- ❖ Diversos **mecanismos** han sido propuestos para poder encontrar ese valor en concreto, el cual representa fielmente a la totalidad del concepto difuso.

# Mecanismos de Defuzzificación

- Aún **no existe un estándar** universalmente aceptado.
- Una posibilidad consiste en elegir como representante a aquel elemento del conjunto difuso que presente el **mayor grado de pertenencia**. Si hay más de uno, selecciono cualquiera.

# Defuzzificación: Ejemplo



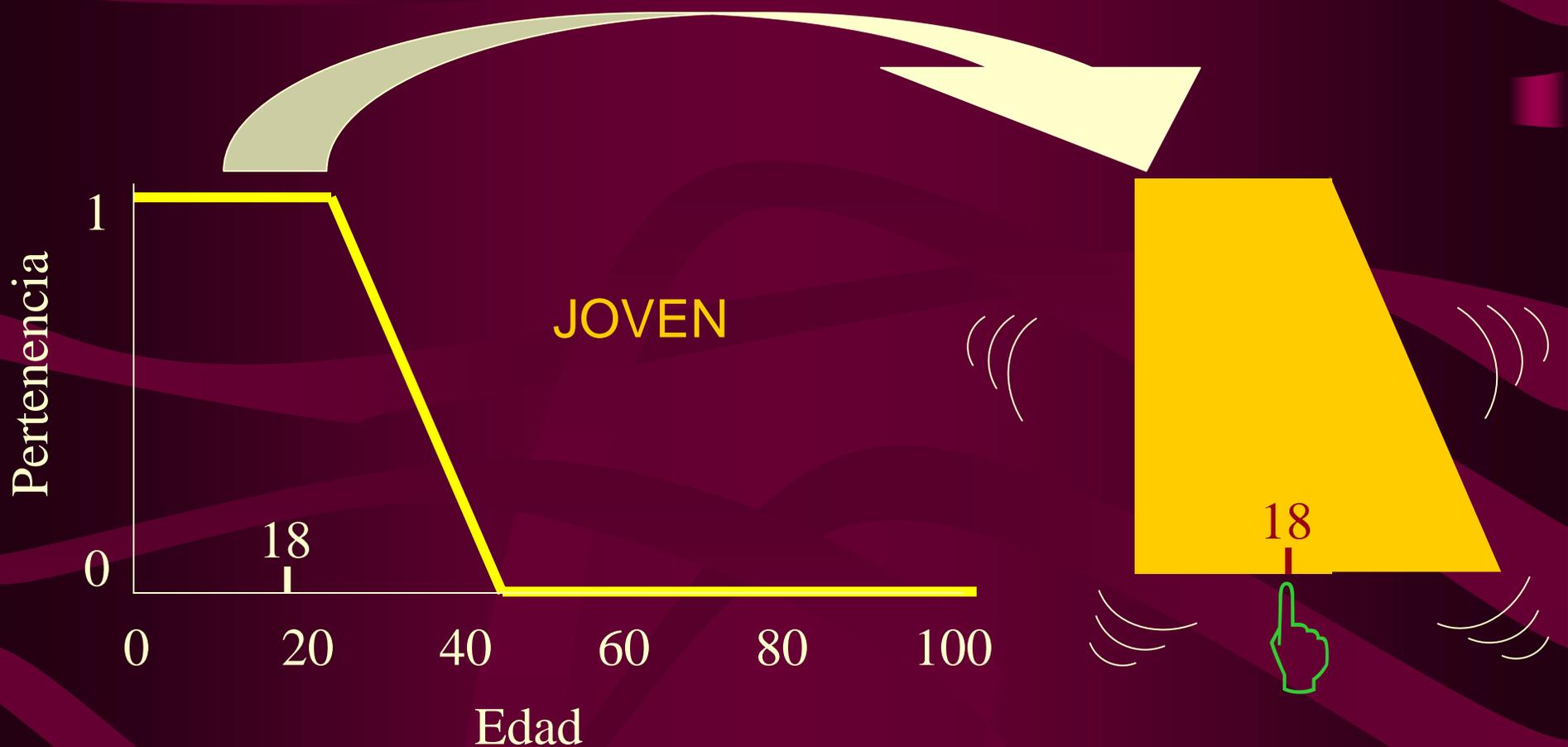
**Criterio de selección del Representante:** elem. con mayor grado de pertenencia.

*10 años*, por ejemplo

# Mecanismos de Defuzzificación

- Otra posibilidad consiste en encontrar el **centro de gravedad** de la figura dibujada por el concepto difuso.

# Defuzzificación: Ejemplo



Criterio de selección del Representante: centro de gravedad.

*18 años*

# Mecanismos de Defuzzificación

- Otra posibilidad consiste en encontrar el **centro de gravedad** de la figura dibujada por el concepto difuso.
- O bien, calcular el **promedio pesado** entre todos los miembros del concepto difuso:
  - ➔ Representante de “jóven”: *16 años*.

# Modificadores Difusos

Una vez caracterizado un cierto concepto difuso (e.g., alto, caliente, elegante, etc.), se pueden crear infinitas variantes apelando a los **modificadores difusos**.

➡ Si  $A(X) = c$ , “muy  $A$ ”( $X$ ) =  $c^2$

➡ Si  $A(X) = c$ , “muy muy  $A$ ”( $X$ ) =  $(c^2)^2 = c^4$

➡ Si  $A(X) = c$ , “apenas  $A$ ”( $X$ ) =  $c^{1/2}$

# Modificadores Difusos

❖ Si *pepe* tiene 25 años:

➔  $JOVEN(pepe) = 0.80$

➔  $muy\ JOVEN(pepe) = 0.80^2 = 0.64$

➔  $muy\ muy\ JOVEN(pepe) = 0.80^4 = 0.41$

➔  $apenas\ JOVEN(pepe) = 0.80^{1/2} = 0.89$

❖ Si *pepe* tiene 35 años:

➔  $JOVEN(pepe) = 0.20$

➔  $muy\ JOVEN(pepe) = 0.20^2 = 0.04$

➔  $muy\ muy\ JOVEN(pepe) = 0.00$

➔  $apenas\ JOVEN(pepe) = 0.20^{1/2} = 0.44$

# Categorías de Modificadores Difusos

- Los modificadores difusos se clasifican en tres grandes categorías:
  - ➔ Los **dilatadores**, que diluyen el efecto del concepto difuso (eg., un tanto, apenas, etc.)
  - ➔ Los **concentradores**, que enfatizan el efecto del concepto difuso (eg., muy, requete, etc.)
  - ➔ Los **contrastadores**, que cambian el nivel de incertidumbre del concepto difuso (eg., tal vez).

# Aplicaciones

- Controladores difusos:
  - ▶ Microondas.
  - ▶ Tostadoras.
  - ▶ Lavarropas.
- Representación de conocimiento difuso.
- Área activamente bajo de desarrollo, tanto teórico como práctico.