



LÓGICA PARA CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Trabajo Práctico N° 6

Lambda Cálculo

Primer Cuatrimestre de 2008

Observación importante: Las consultas relacionadas con los temas desarrollados en los trabajos prácticos serán únicamente respondidas durante las propias clases prácticas a lo largo del cursado.

Ejercicios

- Para cada una de las siguientes lambda expresiones, determinar si las variables x , y y z aparecen libres, ligadas o libres y ligadas.
 - xyz
 - $\lambda x.xyz$
 - $\lambda x.yxy(\lambda y.xyx)$
 - $\lambda x.y(\lambda y.x)z$
 - $x(\lambda x.y)z$
 - $\lambda xyz.xyz$
- Analizar el comportamiento de las siguientes lambda expresiones al aplicar una β -reducción.
 - $(\lambda x.xyx)z$
 - $(\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$
 - $(\lambda x.xxx)(\lambda x.xxx)$
 - $(\lambda y.z)x$
 - $(\lambda y.z)((\lambda x.xxx)(\lambda x.xxx))$
- Reducir las siguientes lambda expresiones a su forma normal, en caso de ser esto posible.
 - $\lambda y.(\lambda xy.yx)(\lambda z.yz)$
 - $(\lambda xy.xy)((\lambda y.yy)(\lambda y.yy))$
 - $(\lambda x.xx)(\lambda xy.xy)$
 - $(\lambda y.y(\lambda x.xx))(\lambda xy.yx)$
 - $\lambda xy.x(\lambda z.y(\lambda w.zw))$
- En base a la siguiente codificación para enteros positivos en lambda expresiones (conocida como números de Curry),

$$\begin{aligned}
0 &=_{\text{def}} \lambda x.(\lambda y.y) \\
1 &=_{\text{def}} \lambda x.(\lambda y.(xy)) \\
&\vdots \\
n &=_{\text{def}} \lambda x.(\lambda y.\underbrace{(x(x(\dots(xy)\dots))}_{n \text{ veces}}))
\end{aligned}$$

indicar cuáles de las siguientes lambda expresiones denotan números de Curry válidos e indicar sus respectivos valores, de ser esto factible.

- a) $\lambda x.(\lambda y.y)$
- b) $\lambda x.(\lambda y.x(x(xy)))$
- c) $\lambda xy.x(x(xy))$
- d) $\lambda yx.y(y(yx))$
- e) $\lambda xy.y(y(yx))$
- f) $\lambda vw.v(v(v(vvw)))$
- g) $\lambda vw.vvvvvw$

5. La función sucesor sobre números de Curry se expresa en el cálculo lambda a través de la siguiente lambda expresión:

$$\lambda r.(\lambda t.(\lambda s.(t((rt)s))))$$

Reducir las siguientes lambda expresiones, consistentes de la aplicación de la función sucesor a lambda expresiones representado números de Curry, a su forma canónica e interpretar el resultado obtenido.

- a) $[\lambda r.(\lambda t.(\lambda s.(t((rt)s))))] [\lambda x.(\lambda y.(xy))]$
- b) $[\lambda r.(\lambda t.(\lambda s.(t((rt)s))))] [\lambda x.(\lambda y.y)]$
- c) $[\lambda r.(\lambda t.(\lambda s.(t((rt)s))))] [\lambda x.(\lambda y.(x(x(xy))))]$

Referencias

[Rea93] READE, C. *Elements of Functional Programming*. Addison-Wesley, 1993.